

# 高机动目标跟踪 ATPM-IMM 算法

曾浩<sup>1</sup>, 母王强<sup>1</sup>, 杨顺平<sup>2</sup>

(1. 重庆大学微电子与通信工程学院, 重庆 400044; 2. 西南电子技术研究所, 四川 成都 610036)

**摘 要:** 在高机动目标跟踪中, 针对标准交互式多模型算法使用固定的转移概率矩阵导致跟踪精度下降的问题, 提出了一种转移概率矩阵具备自适应更新的高机动目标跟踪 ATPM-IMM 算法。所提算法对模型后验概率和转移概率矩阵的先验信息要求不高, 既适用于高机动目标跟踪, 也适用于弱机动目标跟踪。仿真结果表明, 所提算法的滤波精度比现有算法提升了约 11%。

**关键词:** 机动目标跟踪; 交互式多模型算法; 自适应转移概率; 贝叶斯定理

**中图分类号:** TN953

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2022135

## High maneuvering target tracking ATPM-IMM algorithm

ZENG Hao<sup>1</sup>, MU Wangqiang<sup>1</sup>, YANG Shunping<sup>2</sup>

1. School of Microelectronics and Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China

2. Southwest Institute of Electronic Technology, Chengdu 610036, China

**Abstract:** For high maneuvering target tracking, the accuracy of tracking will degrade in common IMM algorithm due to the fixed transition probability matrix. Therefore, a new ATPM-IMM algorithm for high maneuvering target tracking was proposed, which could update the transition probability matrix adaptively. The proposed algorithm requires less prior information of model posterior probability and transition probability matrix, it is suitable for both high and weak maneuvering target tracking. Simulation results demonstrate that the filtering accuracy of the proposed algorithm is improved about 11% compared with the existing algorithms.

**Keywords:** maneuvering target tracking, interacting multiple model algorithm, adaptive transition probability, Bayes theorem

## 0 引言

在以飞行器为载体的卫星通信收发机中, 高精度的跟踪系统能有效地克服天线平台的运动、自身姿态的旋转和平台周围的环境对卫星通信的影响, 保证天线波束始终对准卫星, 最终实现飞行器与卫星的稳定通信。但由于飞行器在运动过程中受到大气流扰动、驾驶员控制等影响, 飞行器的运动规律会随时发生变化, 甚至出现高机动运动, 使飞行器丢失卫星的方位信息, 最终导致通信质量下降甚至通信中断。

因此, 如何解决机动目标的跟踪问题是目标跟踪领域的难点, 相关学者对此展开了广泛的研究。对于非机动目标的跟踪而言, 基本卡尔曼滤波<sup>[1]</sup>、扩展卡尔曼滤波<sup>[2]</sup>、粒子滤波<sup>[3]</sup>等算法具有良好的跟踪效果, 这类算法一般采用一个状态空间模型来描述目标的运动轨迹。但由于机动目标的运动轨迹比较复杂, 很难通过单个状态空间模型去描述机动目标的运动轨迹, 因此基于高斯过程的状态空间模型(GPSSM, Gaussian process state-space model)方法<sup>[4]</sup>和多模型方法<sup>[5]</sup>是常用的解决方法。其中, GPSSM方法能够在目标跟踪过程中在线学习目标运动模

收稿日期: 2022-03-21; 修回日期: 2022-06-14

基金项目: “十四五”国防预研基金资助项目(No.629010204)

**Foundation Item:** National Defense Pre-Research Foundation of China during the “14th Five-Year Plan” (No.629010204)

型<sup>[4]</sup>, 从而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度, 最终提高滤波精度。而多模型方法使用多个状态空间模型来共同描述目标运动轨迹。其中交互式多模型 (IMM, interacting multiple model) 算法是一种具有最佳成本效益的滤波算法, 如果构造的系统运动模型和目标运动轨迹匹配, 那么 IMM 算法可以跟踪任意机动目标。但基本 IMM (CIMM, common IMM) 算法以及结合非线性滤波器的改进算法<sup>[6-7]</sup>根据先验信息将转移概率矩阵 (TPM, transition probability matrix) 设定为固定的主对角占优矩阵<sup>[8]</sup>, 从而导致模型切换滞后。此外, 如果先验信息不足或者不准确, 使用固定的 TPM 往往会导致目标状态估计不准确, 滤波性能下降, 甚至算法失效<sup>[9]</sup>。

因此, 如果能够实现 TPM 自适应调整, 从而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度, 那么将会提高系统滤波精度, 最终实现对机动目标的准确稳定跟踪。文献[10-11]根据模型后验概率定义了转移概率修正因子, 从而实时修正 TPM。部分学者利用跟踪系统的似然函数来更新模型后验概率, 但由于在更新过程中进行了近似, 从而导致模型匹配误差<sup>[12]</sup>; 此外, 由于似然比不受限制, TPM 的主对角元素不再占主导地位<sup>[13]</sup>, 且算法的计算复杂度较高<sup>[13-14]</sup>。文献[15-16]根据指数函数的非负单调性, 利用模型后验概率的变化率来实时修正 TPM。文献[17]通过模型误差压缩率来自适应调节 TPM, 从而增大匹配模型的概率。文献[18]利用梯度的定义, 根据当前时刻和上一时刻的模型后验概率定义了转移概率修正函数, 然后利用该修正函数来修正 TPM, 从而实现 TPM 自适应调整, 但需要用到 2 个 CIMM 框架, 导致系统结构复杂度增加了一倍。

上述对 TPM 的自适应调整都是对上一时刻的 TPM 乘以一个修正因子, 从而得到当前时刻的 TPM, 导致调整性不强。此外, 上述方法对系统的先验信息要求较高。如果先验信息不足或者不准确, 会导致系统的滤波性能下降。因此, 本文基于贝叶斯框架, 根据测量序列给出一种自适应 TPM (ATPM, adaptive TPM) 更新计算式, 最终提出了一种在先验信息不足或者不准确情况下的 IMM 跟踪算法, 称为 ATPM-IMM 算法。仿真结果表明, 本文算法的 TPM 和模型后验概率的自适应效果更好, 且滤波精度比现有算法高。

## 1 自适应 TPM 更新策略

CIMM 算法假设不同模型之间的转移服从已知转移概率的有限态马尔可夫链, 从而  $r$  个模型的 TPM 为

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{r1} & \cdots & \pi_{rr} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\pi_{ij}$  表示从  $n-1$  时刻模型  $M_i$  转移到  $n$  时刻模型  $M_j$  的转移概率, 即

$$\pi_{ij} = P\{M_j(n) | M_i(n-1)\} \quad (2)$$

其中,  $i, j = 1, 2, \dots, r$ 。显然, 对于所有模型均满足

$$\sum_{j=1}^r \pi_{ij} = 1, \sum_{i=1}^r \pi_{ij} = 1 \quad (3)$$

可以看出, CIMM 算法根据先验信息使用固定的 TPM, 如果先验信息不足或者不准确, 使 TPM 初值和实际系统模型不符, 最终会导致系统跟踪失败。此外, TPM 在整个跟踪过程中固定不变, 使 TPM 在目标稳定运动阶段和机动转换阶段是一致的, 不能根据目标状态实时调整, 最终降低了系统跟踪精度。

针对上述问题, 本文根据测量序列对 TPM 进行自适应更新, 并将模型转移概率建模为采样时间  $n$  和测量序列  $\mathbf{Z}^{n-1}$  的函数

$$\pi_{ij} | (n-1) = P\{M_j(n) | M_i(n-1), \mathbf{Z}^{n-1}\} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{Z}^{n-1}$  表示前  $n-1$  个时刻测量值的集合, 即  $\mathbf{Z}^{n-1} = \{z(1), z(2), \dots, z(n-1)\}$ 。在得到  $n$  时刻的测量值  $z(n)$  后, 为了将  $\pi_{ij}(n-1)$  递推到  $\pi_{ij}(n)$ , 本文定义了  $n-1$  时刻 TPM 的后验估计值  $\pi_{ij}(n-1|n)$ , 即

$$\pi_{ij}(n-1|n) = P\{M_j(n) | M_i(n-1), \mathbf{Z}^n\} \quad (5)$$

式(4)和式(5)的不同之处在于  $\pi_{ij}(n-1|n)$  考虑了  $n$  时刻的测量值  $z(n)$ , 所以  $\pi_{ij}(n-1|n)$  可以被认为是  $n-1$  时刻的模型转移概率的后验估计值。根据贝叶斯公式,  $\pi_{ij}(n-1|n)$  可以进一步表示为

$$\pi_{ij}(n-1|n) = \frac{P\{M_i(n-1) | M_j(n), \mathbf{Z}^n\} P\{M_j(n) | \mathbf{Z}^n\}}{\sum_{j=1}^r P\{M_i(n-1) | M_j(n), \mathbf{Z}^n\} P\{M_j(n) | \mathbf{Z}^n\}} = \frac{\mu_{ij}(n-1|n)\mu_j(n)}{\sum_{j=1}^r [\mu_{ij}(n-1|n)\mu_j(n)]} \quad (6)$$

其中, 合并概率  $\mu_{i_j}(n-1|n)$  定义为在已获得测量序列  $\mathbf{Z}^n$  且  $n$  时刻模型  $M_j$  有效的条件下, 模型  $M_i$  在  $n-1$  时刻的概率, 即

$$\mu_{i_j}(n-1|n) = P\{M_i(n-1) | M_j(n), \mathbf{Z}^n\} \quad (7)$$

$\mu_j(n)$  表示在给定测量序列  $\mathbf{Z}^n$  的条件下,  $n$  时刻模型  $M_j$  的后验概率, 即

$$\mu_j(n) = P\{M_j | \mathbf{Z}^n\} \quad (8)$$

根据条件概率公式和全概率公式, 合并概率  $\mu_{i_j}(n-1|n)$  可以进一步表示为

$$\begin{aligned} \mu_{i_j}(n-1|n) &= P\{M_i(n-1) | \mathbf{z}(n), M_j(n), \mathbf{Z}^{n-1}\} = \\ &= \frac{A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)}{\sum_{i=1}^r [A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)]} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, 似然函数  $A_{ij}(n)$  的计算式为

$$\begin{aligned} A_{ij}(n) &= P[\mathbf{z}(n) | M_j(n), M_i(n-1), \mathbf{Z}^{n-1}] = \\ &= P[\mathbf{z}(n) | M_j(n), \hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1), \mathbf{P}_i(n-1|n-1)] = \\ &= N[\mathbf{a}_{ij}(n); 0, \mathbf{A}_{ij}(n)] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}|\mathbf{A}_{ij}(n)|} \exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{a}_{ij}^\top(n)[\mathbf{A}_{ij}(n)]^{-1}\mathbf{a}_{ij}(n)\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{a}_{ij}(n)$  和  $\mathbf{A}_{ij}(n)$  分别表示新息过程及其对应的协方差矩阵,  $|\mathbf{A}_{ij}(n)|$  表示求  $\mathbf{A}_{ij}(n)$  的行列式, 符号“ $\top$ ”表示求一个矢量或者矩阵的转置。

因此,  $\pi_{ij}(n-1|n)$  的最终计算式为

$$\pi_{ij}(n-1|n) = \frac{A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)\mu_j(n)}{\sum_{i=1}^r [A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)]} \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^r \left\{ \frac{A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)\mu_j(n)}{\sum_{i=1}^r [A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)]} \right\}$$

为了得到  $n$  时刻的模型转移概率  $\pi_{ij}(n)$ , 需要建立  $\pi_{ij}(n-1|n)$  和  $\pi_{ij}(n)$  的关系。  $\pi_{ij}(n)$  的定义为

$$\pi_{ij}(n) = P\{M_j(n+1) | M_i(n), \mathbf{Z}^n\} \quad (12)$$

由于很难得到模型  $M_i(n)$  到模型  $M_j(n+1)$  的转移概率, 因此认为对于同一测量序列  $\mathbf{Z}^n$ , 从  $n-1$  时刻到  $n$  时刻的模型转移概率是不变的, 即

$$P\{M_j(n+1) | M_i(n), \mathbf{Z}^n\} \approx P\{M_j(n) | M_i(n-1), \mathbf{Z}^n\} \quad (13)$$

从而有

$$\pi_{ij}(n) \approx \pi_{ij}(n-1|n) \quad (14)$$

因此,  $\pi_{ij}(n)$  的最终表达式为

$$\pi_{ij}(n) = \frac{A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)\mu_j(n)}{\sum_{i=1}^r [A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)]} \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^r \left\{ \frac{A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)\mu_j(n)}{\sum_{i=1}^r [A_{ij}(n)\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)]} \right\}$$

## 2 ATPM-IMM 跟踪算法

将第1节提出的 TPM 更新策略应用到 CIMM 算法中, 本文提出了一种跟踪机动目标的 ATPM-IMM 算法。其迭代步骤为: 1) 混合概率计算; 2) 模型交互; 3) 并行滤波; 4) 模型后验概率更新; 5) TPM 更新; 6) 状态融合输出。ATPM-IMM 算法原理如图1所示。

对于并行滤波器, 以模型  $M_j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ) 为例, 根据标准卡尔曼滤波算法, 给出 ATPM-IMM 算法的迭代过程。考虑以下线性马尔可夫系统

$$\mathbf{x}_j(n+1) = \mathbf{F}_j\mathbf{x}_j(n) + \mathbf{w}_j(n) \quad (16)$$

$$\mathbf{z}_j(n) = \mathbf{H}_j\mathbf{x}_j(n) + \mathbf{v}_j(n) \quad (17)$$

式(16)和式(17)分别表示系统的状态方程和测量方程,  $\mathbf{x}_j(n)$  和  $\mathbf{z}_j(n)$  分别表示  $n$  时刻的状态矢量和观测矢量;  $\mathbf{F}_j$  和  $\mathbf{H}_j$  分别表示状态转移矩阵和测量矩阵;  $\mathbf{w}_j(n)$  和  $\mathbf{v}_j(n)$  分别表示状态噪声和测量噪声, 两者是互不相关的零均值高斯白噪声序列, 且满足

$$E[\mathbf{w}_j(n)\mathbf{w}_j^\top(n)] = \mathbf{Q}_j(n) \quad (18)$$

$$E[\mathbf{v}_j(n)\mathbf{v}_j^\top(n)] = \mathbf{R}_j(n) \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{Q}_j(n)$  和  $\mathbf{R}_j(n)$  分别表示状态噪声协方差矩阵和测量噪声协方差矩阵。

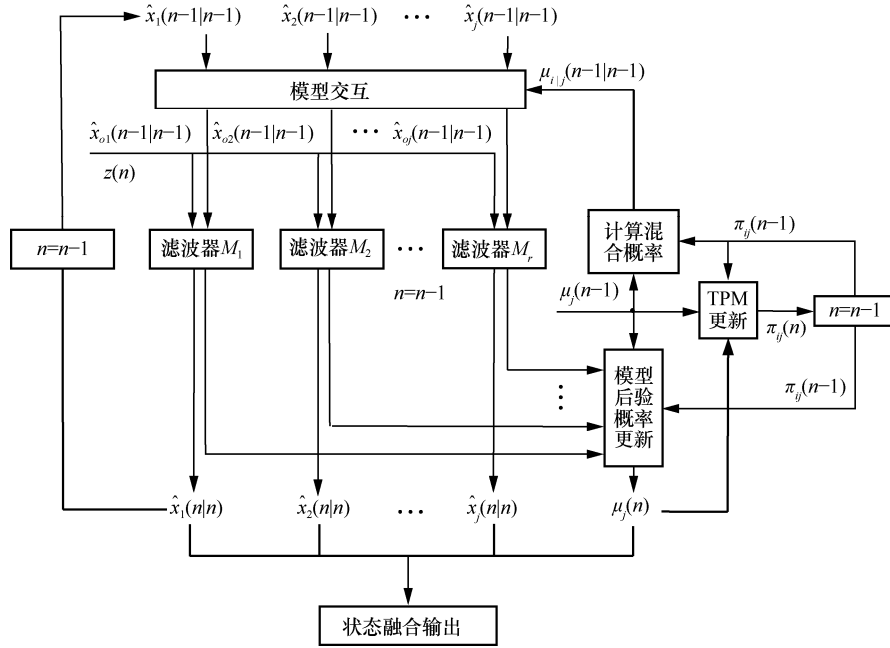


图 1 ATPM-IMM 算法原理

1) 混合概率计算

根据混合概率  $\mu_{ij}(n-1|n-1)$  的定义, 在已获得测量序列  $\mathbf{Z}^{n-1}$  且  $n$  时刻模型  $M_j$  有效的条件下, 模型  $M_i$  在  $n-1$  时刻的概率为

$$\mu_{ij}(n-1|n-1) = P\{M_i(n-1) | M_j(n), \mathbf{Z}^{n-1}\} = \frac{\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)}{\sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)} \quad (20)$$

2) 模型交互

$$\hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1) = \sum_{i=1}^r \hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1)\mu_{ij}(n-1|n-1) \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{oj}(n-1|n-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(n-1|n-1) \cdot [\mathbf{P}_i(n-1|n-1) + \boldsymbol{\psi}_i \boldsymbol{\psi}_i^T] \quad (22)$$

其中,  $\boldsymbol{\psi}_i = \hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1) - \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1)$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1)$  和  $\mathbf{P}_i(n-1|n-1)$  分别表示  $n-1$  时刻模型  $M_i$  的状态矢量及其对应的估计误差协方差矩阵。

3) 并行滤波

$r$  个独立的相同滤波器对各自输入数据同时进行滤波处理, 计算得到  $n$  时刻的状态矢量  $\hat{\mathbf{x}}_j(n|n)$  及其对应的估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_j(n|n)$  和新息过程  $\mathbf{a}_j(n)$  及其对应的协方差矩阵  $\mathbf{A}_j(n)$ 。

① 预测

$$\hat{\mathbf{x}}_j(n|n-1) = \mathbf{F}_j \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1) \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{oj}(n|n-1) = \mathbf{F}_j \mathbf{P}_{oj}(n-1|n-1) \mathbf{F}_j^T + \mathbf{Q}_j \quad (24)$$

其中,  $\hat{\mathbf{x}}_{oj}(n|n-1)$  和  $\mathbf{P}_{oj}(n|n-1)$  分别表示  $n-1$  时刻模型  $M_j$  的状态矢量的预测值及其对应的估计误差协方差矩阵的预测值。

② 更新

$$\hat{\mathbf{x}}_j(n|n) = \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n|n-1) + \mathbf{K}_j(n) \mathbf{a}_j(n) \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_j(n|n) = \boldsymbol{\psi}_2 \mathbf{P}_{oj}(n|n-1) \boldsymbol{\psi}_2^T + \mathbf{K}_j(n) \mathbf{R} \mathbf{K}_j^T(n) \quad (26)$$

其中,  $\boldsymbol{\psi}_2 = \mathbf{I} - \mathbf{K}_j(n) \mathbf{H}_j(n)$ 。

$$\mathbf{K}_j(n) = \mathbf{P}_{oj}(n|n-1) \mathbf{H}_j^T(n) [\mathbf{A}_j(n)]^{-1} \quad (27)$$

$$\mathbf{a}_j(n) = \mathbf{z}(n) - \mathbf{H}_j(n) \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n|n-1) \quad (28)$$

$$\mathbf{A}_j(n) = \mathbf{H}_j(n) \mathbf{P}_{oj}(n|n-1) \mathbf{H}_j^T(n) + \mathbf{R}_j \quad (29)$$

4) 模型后验概率更新

$$\mu_j(n) = \frac{A_j(n) \left[ \sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1) \mu_i(n-1) \right]}{\sum_{j=1}^r A_j(n) \left[ \sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1) \mu_i(n-1) \right]} \quad (30)$$

其中,  $A_j(n)$  表示  $n$  时刻模型  $M_j$  的似然函数, 其计算式为

$$A_j(n) = P\{z(n) | Z^{n-1}, M_j\} =$$

$$P\{z(n) | M_j, \hat{x}_{oj}(n-1 | n-1), P_{oj}(n-1 | n-1)\} =$$

$$N[a_j(n); 0, A_j(n)] =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi|A_j(n)|}} \exp\left\{-\frac{1}{2} a_j^T(n) [A_j(n)]^{-1} a_j(n)\right\} \quad (31)$$

### 5) TPM 更新

根据式(15)实现对模型转移概率  $\pi_{ij}(n)$  的自适应更新。

### 6) 状态融合输出

计算  $n$  时刻状态矢量的估计值  $\hat{x}(n|n)$  及其对应的估计误差协方差矩阵  $P(n|n)$ , 即

$$\hat{x}(n|n) = \sum_{j=1}^r \hat{x}_j(n|n) \mu_j(n) \quad (32)$$

$$P(n|n) = \sum_{j=1}^r \mu_j(n) [P_j(n|n) + \psi_3 \psi_3^T] \quad (33)$$

其中,  $\psi_3 = \hat{x}_j(n|n) - \hat{x}(n|n)$ 。需要注意的是, 状态融合输出不是算法迭代的一部分, 只是为了将系统估计结果输出到外部进行显示。

不同算法计算复杂度对比如表 1 所示。

表 1 不同算法计算复杂度对比

算法	乘法次数/次	加法次数/次
CIMM	14 241	11 829
文献[16]	15 024	12467
文献[18]	29 308	24 643
ATPM-IMM	26 839	22 506

从表 1 可以看出, 文献[16]算法和 CIMM 算法的计算复杂度相差不大。文献[18]算法由于利用了 2 个 CIMM 基本框架, 导致计算复杂度大约为 CIMM 算法的两倍。ATPM-IMM 算法的计算复杂度略低于文献[18]算法。

## 3 仿真分析

为了验证 ATPM-IMM 算法的跟踪性能, 本文在三维空间进行机动目标跟踪实验, 并将本文算法和 CIMM 算法、文献[16]算法、文献[18]算法的跟踪性能进行比较。系统的状态方程和测量方程分别如式(16)和式(17)所示。

为了对算法进行评价, 本文采用位置滤波值的均方根误差 (RMSE, root mean square error) 来评价

算法性能, 即

$$\text{RMSE}_x(n) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{x}_m(n) - x(n)]^2} \quad (34)$$

$$\text{RMSE}(n) = \sqrt{\text{RMSE}_x^2(n) + \text{RMSE}_y^2(n) + \text{RMSE}_z^2(n)} \quad (35)$$

$$\text{ARMSE}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{RMSE}_x(n) \quad (36)$$

$$\text{ARMSE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{RMSE}(n) \quad (37)$$

其中,  $\hat{x}_m(n)$ 、 $x(n)$  分别表示第  $m$  次蒙特卡洛实验在  $n$  时刻  $x$  方向的位置估计值、位置真值,  $M$  表示蒙特卡洛实验次数,  $\text{RMSE}_x(n)$ 、 $\text{RMSE}(n)$  分别表示  $n$  时刻  $x$  方向、三维空间的位置估计的均方根误差,  $N$  表示跟踪次数,  $\text{ARMSE}_x$ 、 $\text{ARMSE}$  分别表示  $x$  方向、三维空间的位置估计的均方根误差的均值。

### 3.1 实验设置

状态矢量  $\mathbf{x}$  考虑目标的位置、速度和加速度, 即  $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ z \ \dot{z} \ \ddot{z}]^T$ 。其中,  $x$ 、 $\dot{x}$ 、 $\ddot{x}$  分别表示目标在  $x$  方向的位置、速度、加速度。 $y$ 、 $z$  方向同理。目标的位置、速度、加速度的初始值分别为  $\mathbf{x}(0) = [5\ 000 \ 200 \ 10 \ 5\ 000 \ 200 \ 5 \ 5\ 000 \ 150 \ 5]^T$ 。假设采样周期  $\Delta T = 0.5\text{ s}$ , 跟踪次数  $N=100$ , 蒙特卡洛实验次数  $M=500$ 。目标在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向分别做幅度为 100 m、周期为 50 s, 幅度为 100 m、周期为 100 s, 幅度为 100 m、周期为 25 s 的正弦运动。

模型集包含 3 个模型, ①匀速 (CV, constant velocity) 直线运动模型; ②匀加速 (CA, constant acceleration) 直线运动模型; ③匀加速直线运动模型, 该模型与模型②类似, 但状态噪声协方差矩阵不同。CV 模型、CA 模型的状态矢量均为  $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ z \ \dot{z} \ \ddot{z}]^T$ , 状态转移矩阵  $\mathbf{F}_j$  根据物理运动方程得到, 状态噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q}$  为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \mathbf{G}^T \quad (38)$$

其中,  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$ 、 $\sigma_z^2$  分别表示  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的伪加

速度的方差，其值分别为  $\sigma^2 = \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 30$ 。

$\mathbf{G}$  对于 CV 和 CA 的模型是不同的，分别为

$$\mathbf{G}_{CV} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T^2}{2} & 0 & 0 \\ \Delta T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T^2}{2} & 0 \\ 0 & \Delta T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 0 & \Delta T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{CA} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T^2}{2} & 0 & 0 \\ \Delta T & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T^2}{2} & 0 \\ 0 & \Delta T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 0 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

模型  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  的状态噪声协方差矩阵分别为  $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Q}_3 = 30\mathbf{Q}$ 。估计误差协方差矩阵的初值  $\mathbf{P}_j(0|0)$  均为  $30\mathbf{I}_{9 \times 9}$ ，其中  $\mathbf{I}_{9 \times 9}$  表示  $9 \times 9$  的单位矩阵。由于观测量为目标的位置坐标，因此观测矩阵为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

测量噪声协方差矩阵  $\mathbf{R} = \sigma_R^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ ， $\sigma_R = 30$ 。

假设本文算法和 CIMM 算法、文献[16]算法、文献[18]算法的 TPM 初值均相同，模型后验概率的初值也均相同，即

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\boldsymbol{\mu}(n) = [\mu_1(n) \quad \mu_2(n) \quad \mu_3(n)] = [0.3 \quad 0.3 \quad 0.4] \quad (42)$$

### 3.2 算法滤波性能对比

根据 3.1 节的实验设置，目标在 3 个方向的运

动轨迹如图 2 所示，其中图 2(a)表示真实轨迹，图 2(b)表示测量轨迹。

结合式(35)得到的位置估计的均方根误差如图 3 所示。图 3 表明算法开始时波动较大，然后才进入收敛过程。从图 3 中可以看出，本文算法的收敛后误差明显低于其他算法，说明本文算法能够进一步降低滤波误差，提高目标跟踪精度。

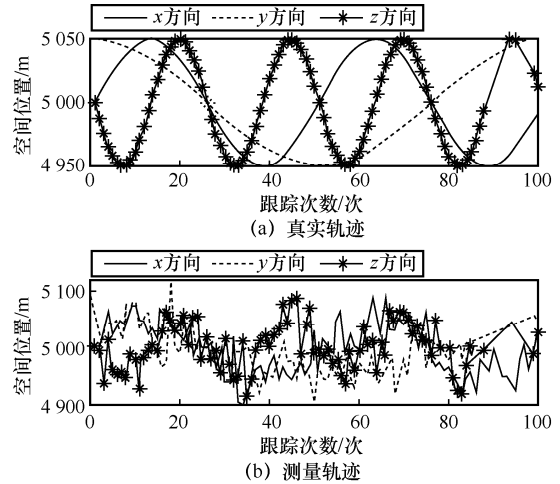


图2 目标在 3 个方向的运动轨迹

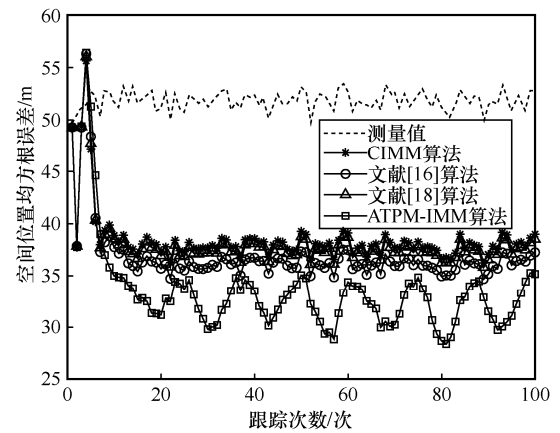


图3 位置估计的均方根误差

进一步对图 3 数据进行分析，根据式(37)得到的位置估计的均方根误差的均值如表 2 所示。其中，测量值在 3 个方向的滤波精度和空间位置精度分别为 30.06 m、29.93 m、29.81 m、51.93m。

表 2 位置估计的均方根误差的均值

算法	x 方向/m	y 方向/m	z 方向/m	空间位置/m
CIMM	22.3	21.95	22.12	38.39
文献[16]	22	21.64	21.88	37.89
文献[18]	22.13	21.78	21.99	38.11
ATPM-IMM	18.46	17.67	21.65	33.6

从表 2 可以看出, 4 种算法中本文算法的估计误差最小, 文献[16]算法次之, CIMM 算法的估计误差最大。本文算法相比于文献[16]算法, 在 3 个方向的滤波精度分别提升了 16.09%、18.35%、1.05%, 而空间位置精度提高了 11.32%。

本文通过算法运行时间来完成对算法计算复杂度的验证。在处理器为 Intel(R) Core(TM) i5-8500、主频为 3 GHz 的环境上运行 MATLAB R2018b, 不同算法执行一次的运行时间如表 3 所示。从表 3 可以看出, 本文算法相对于其他算法在计算复杂度方面并无优势, 但 4 种算法的运行时间都在微秒量级。

表 3 算法运行时间对比

算法	运行时间/ $\mu\text{s}$
CIMM	203.3
文献[16]	214.2
文献[18]	421.2
ATPM-IMM	385.6

### 3.3 模型后验概率初值对滤波性能的影响

假设模型  $M_1$  和模型  $M_2$  的后验概率初值均为  $a$ , 模型  $M_3$  的后验概率初值为  $1-2a$ 。设定  $a$  在 0.10 到 0.45 内均匀变化, 步进为 0.05。其他参数和 3.1 节的实验参数设置保持一致。根据式(37)得到的算法位置估计的均方根误差如图 4 所示。

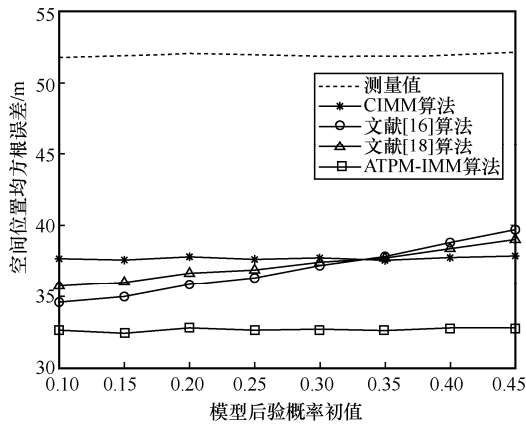


图 4 模型后验概率初值对滤波性能的影响

图 4 表明, 对于不同的模型后验概率初值, 文献[16]算法和文献[18]算法的位置估计误差受模型后验概率初值的影响较大, 而本文算法几乎不受影响。这说明本文算法对模型后验概率初值的要求不高, 即使先验信息不足或者不准确, 也

能够自适应调整状态空间模型的概率分布, 从而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度, 降低跟踪误差。另外, 虽然 CIMM 算法也几乎不受模型后验概率初值影响, 但滤波误差远大于本文算法。

### 3.4 TPM 初值对滤波性能的影响

TPM 初值  $b$  根据文献[19]的设计策略来设置, 其初值设置为

$$\begin{cases} \pi_{ii} = b \\ \pi_{ij} = \frac{1-b}{r-1}, i \neq j \end{cases} \quad (43)$$

设定  $b$  在 0.05 到 0.95 内均匀变化, 步进为 0.05。其他参数和 3.1 节的实验参数设置保持一致。根据式(37)得到的算法位置估计的均方根误差如图 5 所示。

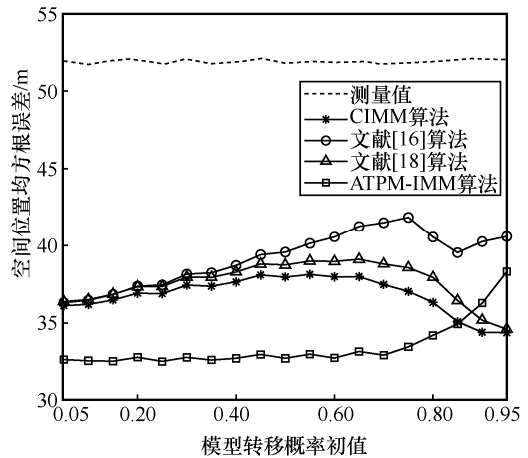


图 5 TPM 初值对滤波性能的影响

从图 5 可以看出, 4 种算法的位置估计误差受 TPM 初值的影响较大。当  $b$  小于 0.8 时, 本文算法的滤波误差最小, 即对于大多数 TPM 初值, 本文算法的滤波精度都比现有算法高。这说明本文算法对 TPM 初值的要求不高, 即使先验信息不足或者不准确, 也能够实现 TPM 的自适应更新, 从而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度, 最终提高滤波精度。

### 3.5 状态噪声对滤波性能的影响

假设状态噪声协方差矩阵  $Q = \sigma_0^2 I_{3 \times 3}$ ,  $\sigma_0^2$  在 20 到 200 内均匀变化, 步进为 10。其他参数和 3.1 节的实验参数设置保持一致。根据式(37)得到的算法位置估计的均方根误差如图 6 所示。

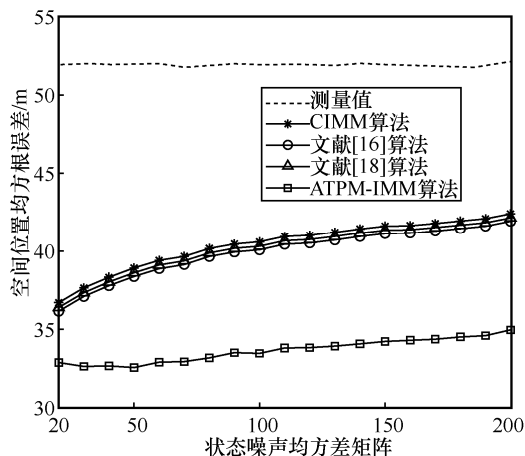


图 6 不同  $Q$  对滤波性能的影响

从图 6 可以看出，随着状态噪声的增大，4 种算法的位置估计误差都在增大。这是因为  $Q$  表征了系统运动模型和目标运动轨迹的不确定程度。如果  $Q$  越大，说明系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度越低，此时更加信任测量值，而对系统运动模型得到的预测值的信任度不高，所以 4 种算法的位置估计误差随  $Q$  增大而增大。

对于高机动目标而言，系统运动模型和目标运动轨迹的失配度高，所以为了保证高机动目标的跟踪效果，系统模型的状态噪声应该大一点，反之亦然。图 6 表明无论是高机动目标还是弱机动目标，本文算法的滤波误差均比现有方法低。

### 3.6 测量噪声对滤波性能的影响

假设系统测量噪声的协方差矩阵  $R = \sigma_R^2 I_{3 \times 3}$ ， $\sigma_R$  在 10 到 200 内均匀变化，步进为 10。其他参数和 3.1 节的实验设置保持一致。根据式(37)得到的算法位置估计的均方根误差如图 7 所示。

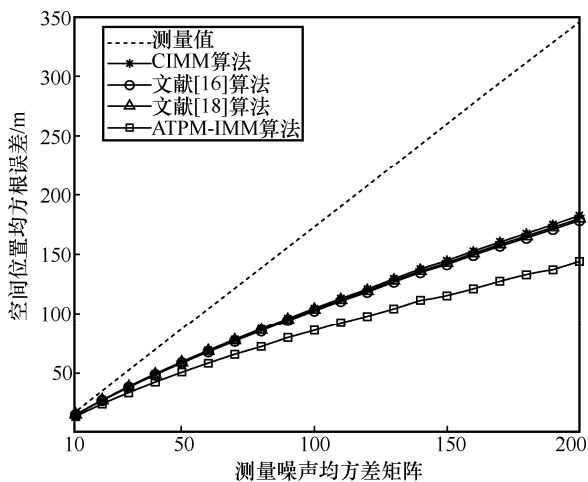


图 7 不同  $R$  对滤波性能的影响

从图 7 可以看出，随着测量噪声的增大，4 种算法的位置估计误差都在增大，但和测量误差相比，4 种算法的滤波性能均逐渐提高。另外，对于任意测量噪声，本文算法的滤波误差均比现有算法低，进一步说明了本文算法的优越性。

## 4 结束语

本文基于贝叶斯框架，利用测量序列，提出了一种自适应 TPM 的 ATPM-IMM 跟踪算法。该算法对于模型后验概率和 TPM 的先验信息要求不高，对高机动目标和弱机动目标跟踪都适用，且空间位置估计精度比现有算法提升了 11% 左右。下一步工作将把 GPSSM 方法和本文算法相结合，利用 GPSSM 方法在学习系统运动模型的同时跟踪目标运动轨迹的能力，通过在线学习的方式提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度，进一步提高定位精度。

### 参考文献:

- [1] KIRUBARAJAN T, SHALOM Y B. Kalman filter versus IMM estimator: when do we need the latter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1452-1457.
- [2] KAPPL J J. Nonlinear estimation via Kalman filtering[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1971, 7(1): 79-84.
- [3] 魏星, 万建伟, 皇甫堪. 基于粒子滤波的单站无源定位跟踪新算法研究[J]. 通信学报, 2005, 26(12): 81-85.  
WEI X, WAN J W, HUANG F K. New technique in single observer passive tracking based on particle filter[J]. Journal on Communications, 2005, 26(12): 81-85.
- [4] XIE A, YIN F, AI B, et al. Learning while tracking: a practical system based on variational Gaussian process state-space model and smartphone sensory data[C]//Proceedings of 2020 IEEE 23rd International Conference on Information Fusion. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-7.
- [5] MA Y J, ZHAO S Y, HUANG B. Multiple-model state estimation based on variational Bayesian inference[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(4): 1679-1685.
- [6] LIM J, KIM H S, PARK H M. Interactive-multiple-model algorithm based on minimax particle filtering[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 36-40.
- [7] AFTAB W, MIHAYLOVA L. A learning Gaussian process approach for maneuvering target tracking and smoothing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1): 278-292.
- [8] DOUCET A, RISTIC B. Recursive state estimation for multiple switching models with unknown transition probabilities[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(3): 1098-1104.
- [9] SADEGHZADEH-NOKHODBERIZ N, POSHTAN J. Distributed

- interacting multiple filters for fault diagnosis of navigation sensors in a robotic system[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(7): 1383-1393.
- [10] 郭志, 董春云, 蔡远利, 等. 时变转移概率 IMM-SRCKF 机动目标跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(1): 24-30.  
GUO Z, DONG C Y, CAI Y L, et al. Time-varying transition probability based IMM-SRCKF algorithm for maneuvering target tracking[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(1): 24-30.
- [11] QI S Y, QI C D, WANG W H. Maneuvering target tracking algorithm based on adaptive Markov transition probability matrix and IMM-MGEKF[C]//Proceedings of 2018 12th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-4.
- [12] LUAN Z Z, GU B, WANG J F. A real-time interactive multi-model (RT-IMM) target tracking method[C]//Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Computer Applications. Piscataway: IEEE Press, 2021: 503-507.
- [13] 许登荣, 程水英, 包守亮. 自适应转移概率交互式多模型跟踪算法[J]. 电子学报, 2017, 45(9): 2113-2120.  
XU D R, CHENG S Y, BAO S L. Interacting multiple model algorithm based on adaptive transition probability[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(9): 2113-2120.
- [14] YOUN W, KO N Y, GADSDEN S A, et al. A novel multiple-model adaptive Kalman filter for an unknown measurement loss probability[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 1-11.
- [15] HAN B, HUANG H Q, LEI L, et al. An improved IMM algorithm based on STSRCKF for maneuvering target tracking[J]. IEEE Access, 2019, 7: 57795-57804.
- [16] MA J, GUO X T. Combination of IMM algorithm and ASTRWCKF for maneuvering target tracking[J]. IEEE Access, 2020, 8: 143095-143103.
- [17] 戴定成, 姚敏立, 蔡宗平, 等. 改进的马尔可夫参数自适应 IMM 算法[J]. 电子学报, 2017, 45(5): 1198-1205.  
DAI D C, YAO M L, CAI Z P, et al. Improved adaptive Markov IMM algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(5): 1198-1205.
- [18] XIE G, SUN L L, WEN T, et al. Adaptive transition probability matrix-based parallel IMM algorithm[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(5): 2980-2989.
- [19] RONG LI X, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking (part I. dynamic models)[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.

## [作者简介]



曾浩(1977-), 男, 四川泸州人, 博士, 重庆大学教授、博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、无线通信技术。



母王强(1997-), 男, 重庆人, 重庆大学硕士生, 主要研究方向为目标跟踪。



杨顺平(1976-), 男, 四川岳池人, 西南电子技术研究所高级工程师, 主要研究方向为天线校准和天线测量技术。